

Cuando el estudio matemático amplía la mirada interpretativa del patrimonio cultural

¿Has pensado en la relación entre las matemáticas y el patrimonio monumental? Pues de eso trata el proyecto Paseos Matemáticos, con un equipo interdisciplinar que trabaja desde 2014 en Andalucía con el propósito de añadir conocimiento a la interpretación de su patrimonio histórico y divulgar la conexión entre ciencia y arte. Un proyecto que abarca los campos de la investigación, la divulgación, la formación y el turismo científico. La última actividad divulgativa es la exposición itinerante Paseo Matemático al-Ándalus, inaugurada en Sevilla el pasado mes de febrero en la sede del Instituto Andaluz del Patrimonio Histórico (IAPH) y que tiene previsto seguir recorriendo Andalucía en los próximos años para convertirse en una ventana abierta al contacto con la matemática y el arte en el mundo andalusí.

Álvaro A. Martínez Sevilla | Instituto de Investigación DaSCI

URL de la contribución <www.iaph.es/revistaph/index.php/revistaph/article/view/5145>

El patrimonio monumental en Andalucía y las matemáticas

Es conocida y apreciada la relación entre el rico y variado patrimonio monumental andaluz y las matemáticas: La ubicua decoración en los monumentos andaluces, cargados de belleza y simbolismo a la vez, la armonía basada en reglas clásicas del renacimiento andaluz, o la culminación por el barroco del entrelazamiento entre medidas, curvas y exaltación emotiva son imágenes comunes. Pero entendemos que esa relación está lejos todavía de estar suficientemente aclarada, tanto en patrones de diseño que conforman unos y otros estilos y dotan de carga interpretativa histórico-artística especial a determinados monumentos, como en el análisis evolutivo de períodos históricos y artísticos mediante la geometría de sus arcos, el entramado de sus bóvedas o el trazado de su decoración, entre otros aspectos.

El Proyecto Paseos Matemáticos se sitúa en este campo, el de ayudar a completar esa densa y estrecha relación entre matemáticas y arte monumental. Nace en 2014 y se desarrolla hasta la actualidad contando con equipos interdisciplinares donde confluyen matemáticos, historiadores del arte, científicos computacionales, arquitectos y comunicadores, junto con colaboraciones puntuales de científicos de otras disciplinas como astrónomos, geólogos, biólogos o físicos, que han aportado sus conocimientos

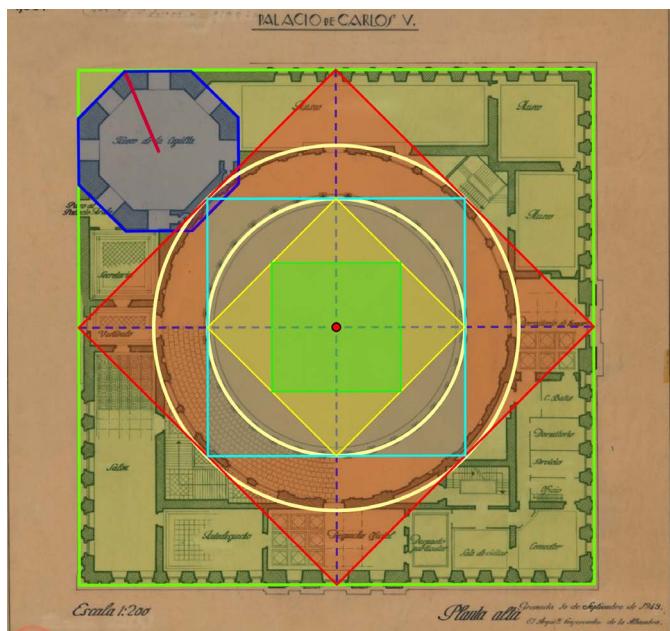
mientos para encontrar explicaciones e interpretaciones, lo más rigurosas y completas posibles, a aquellas cuestiones que el examen matemático de los monumentos nos ha planteado. Un enfoque, pues, interdisciplinar, que es seña de identidad del proyecto, tanto por la composición de sus equipos como por los enfoques realizados.

Las distintas facetas del proyecto

El proyecto planteado presenta distintas facetas que se desarrollan en paralelo en ocasiones, pero que resultan sinérgicas en los resultados del mismo: investigación, divulgación, formación y turismo científico.

La primera es la investigadora, cuando ello ha sido necesario para aportar luz o dar coherencia a hechos descubiertos en el proceso de análisis matemático y artístico realizado. Esta faceta está plasmada ya en algunas publicaciones como libros o capítulos de libros, y artículos de investigación en revistas especializadas, reflejados en la sección final. Muchos otros esperan el tiempo o la maduración necesaria para ser publicados en sus ámbitos correspondientes.

La segunda faceta es la divulgadora, quizás a la que hemos dedicado mayor esfuerzo y recursos. Con dos proyectos concedidos por FECYT en convocatorias competitivas en 2017-2018 y 2020-2021, Paseos



Diseño geométrico de la planta del Palacio de Carlos V | diseño Álvaro A. Martínez Sevilla

Matemáticos por Granada y Paseo Matemático al-Ándalus (PMAA), hemos realizado y seguimos haciéndolo, un gran esfuerzo por dar a conocer estas relaciones entre matemática y arte monumental en los campos especificados por su denominación. Junto con la cofinanciación de la Junta de Andalucía y la organización y gestión de la Fundación Descubre, han sido los pilares que han hecho de los mismos proyectos exitosos en cuanto a alcance de público objetivo, difusión mediática y penetración en la cultura científica en su campo.

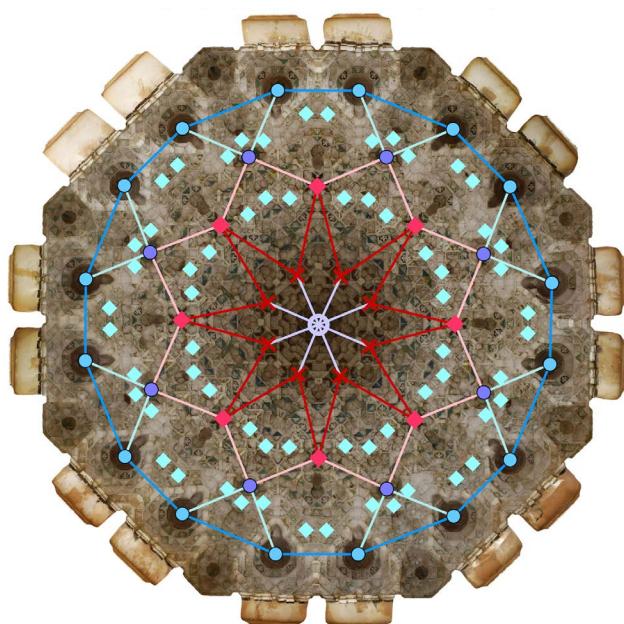
La tercera es la de formación. Creemos que la metodología interdisciplinar, la motivación y cercanía del patrimonio monumental y la aportación rigurosa pero asequible de las matemáticas forman un corpus de enseñanza atrac-tivo. Por sus contenidos y por la capacidad para involu-crar en nuevas formas didácticas a docentes y alumnos. Al respecto hemos realizado numerosos cursos, con-ferencias y talleres dirigidos a este sector docente, con profesores o alumnos, en distintos niveles educativos, como enseñanzas regladas o extracurriculares, todas ellos con un resultado muy satisfactorio. Destacaremos 3 casos de estos distintos niveles y enfoque: La parti-cipación en el Máster oficial de la UGR en Tutela del

Patrimonio El legado de Al-Ándalus (2019/2020), con el curso Arte y Geometría: tecnologías al servicio del Patrimonio Histórico; el desarrollo durante 2021 del curso Paseos Matemáticos: Ciencia y Arte en los monumentos, ofertado por la Consejería de Educación y Deporte, con 40 horas, dentro de su plataforma virtual de Formación del Profesorado, y finalmente la celebración del curso de 75 horas organizado por la Fundación Legado Andalusí en 2022 (Proyecto Europeo): La interpretación del Patrimonio de la Humanidad en Andalucía en el siglo XXI. Soluciones tecnológicas avanzadas en el mundo actual.

Finalmente la cuarta faceta es quizás la menos desarrollada, pero a la que prevemos dedicar esfuerzos crecientes: la del turismo científico. La creación de un proyecto de turismo matemático, el primero de España, ya cuenta con materiales, estudios de mercado, marca registrada y alianzas al respecto.

La tecnología en los Paseos Matemáticos

En el proyecto hemos realizado una apuesta intensa por la tecnología, tanto para la creación de contenidos pri-



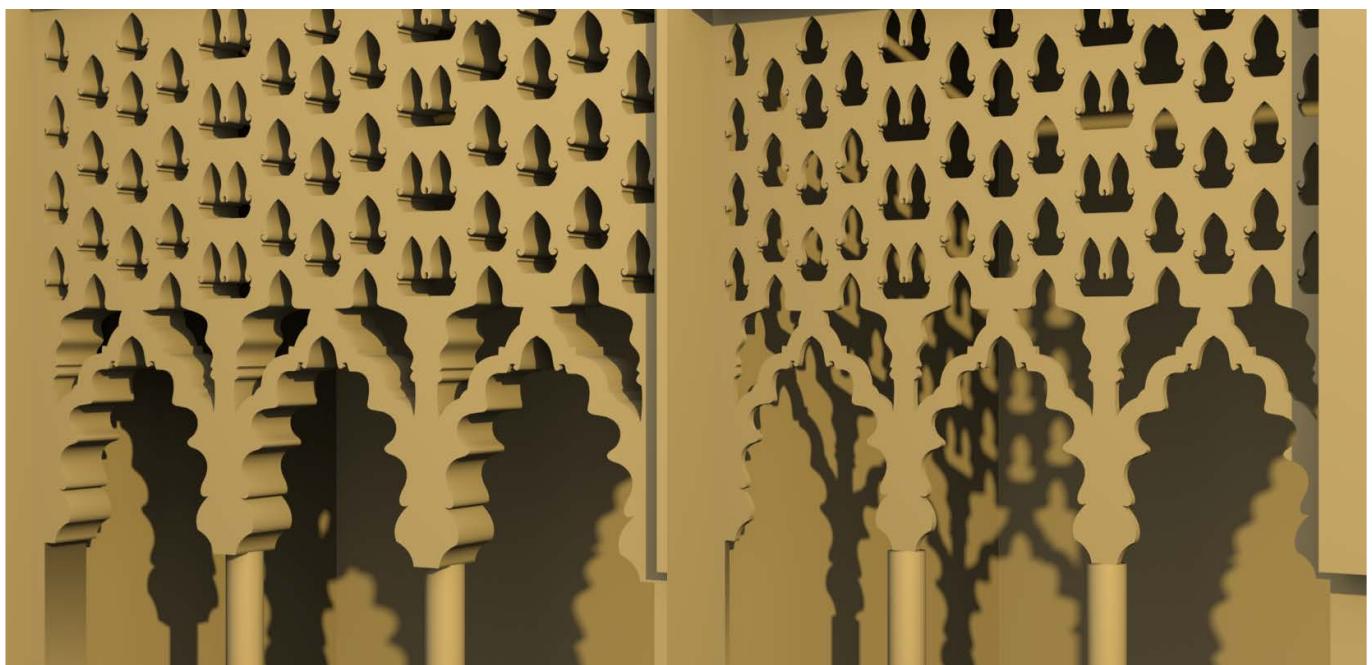
Localización de las 104 adarajas de estrella en la cúpula de Dos Hermanas (Alhambra). Las estrellas son de 5 tipos distintos | fuente elaboración propia sobre ortofotografía en plano nadir. Proyecto PMAA

marios, como para las actividades y productos de divulgación desarrollados.

Respecto al primer aspecto basamos nuestros análisis matemáticos en capas geométricas realizadas con GeoGebra, un software de libre acceso que crea matemáticas dinámicas de forma flexible. Estas capas visuales están soportadas por fotogrametrías, de las cuales obtenemos secciones, alzados o plantas texturizadas y que permiten realizar un ajuste geométrico preciso y fiable. Cuando no ha sido posible o conveniente proceder con esta técnica utilizamos imágenes en alta resolución rectificadas. También hemos hecho uso de capturas de modelos 3D creados por nosotros, y suplementados en ocasiones con *scripts* propios, para mostrar, por ejemplo, animaciones de construcciones o recorridos solares. Junto a ello hemos desarrollado una tecnología de ingeniería gráfica para obtener mosaicos mediante procedimientos algorítmicos, un proceso que trasciende a la emulación digital de construcciones analógicas, y que permite fieles ortoreproducciones de mosaicos de tipo nazarí, con lacerías y figuras poligonales complejas.

Mientras, hemos construido una esfera tecnológica en torno a nuestra actividad divulgativa: tenemos disponibles dos aplicaciones, y sus correspondientes paseos virtuales, basadas en fotografía esférica y tecnología *Exploria*, que permite ir enlazando estancias y puntos sensibles con incorporación de imágenes, locuciones y vídeo, partiendo de una ruta cartográfica. Para los paseos presenciales acompañamos de presentaciones sobre *tablet* y piezas fabricadas digitalmente mediante impresora 3D y corte láser, que apoyan la comprensión de elementos especiales en los monumentos, más difícilmente comprensibles sin su manipulación física. Todo ello es accesible desde nuestra página web, en la que acompañamos un blog, agenda, acceso a los recursos digitales del proyecto. Las redes sociales en Facebook y Youtube (Canal Paseos Matemáticos) nos permiten alcanzar una comunidad de seguidores más amplia.

Finalmente también hemos apostado por tecnologías como la realidad aumentada, en la que hemos creado una aplicación beta para posicionar capas matemáticas sobre monumentos, en los que, por razones de conser-



Simulación de retención de rayos solares por la celosía del Patio del Yeso (Real Alcázar). En dos supuestos: actual (izquierda) y celosía de poco grosor (derecha) | fuente elaboración propia sobre modelo 3D obtenido de fotogrametría. Proyecto PMAA |



Visita guiada a la exposición Paseo Matemático al-Ándalus en su exhibición en el Monasterio de la Cartuja (sede del IAPH) | foto Proyecto PMAA

vación y visita, es imposible ninguna marcación o información suplementaria. También hemos realizado nuestro desarrollo en inteligencia artificial, en el que junto al Instituto de Investigación interuniversitario DaSCI hemos creado una app capaz de ofrecer una asignación probabilista de estilo histórico-artístico con precisión aceptable y capacidad de aprendizaje sobre sus errores. La aplicación utiliza técnicas de *Deep Learning* para aprender de los monumentos que el usuario le somete y de la propia validación que este le provee en un proceso de ciencia ciudadana: <http://monumai.ugr.es>

Una exposición itinerante

Nuestra última incorporación a los recursos divulgativos con que contamos es la exposición itinerante Paseo Matemático al-Ándalus, que centrada en los monumentos andalusíes de Granada, Córdoba y Sevilla, traza un recorrido matemático-artístico comparado por los estilos califal, almohade y nazarí, divulgando muchas de sus características e incluyendo aportaciones actualizadas y novedosas sobre temas como orientación religiosa, geometría de arcos, mosaicos, diseño geométrico constructivo o metrología, entre otros. Sus 24 paneles ya han recorrido Córdoba, Granada, Sevilla y Algeciras, y tienen previsto seguir recorriendo Andalucía en los próximos años para convertirse en una ventana abierta al contacto con la matemática y el arte en el mundo andalusí.

BIBLIOGRAFÍA

- Botana, F., Kovács, Z., Martínez-Sevilla, A. y Recio T. (2020) Automatically Augmented Reality with GeoGebra. En: Prodromou, T. (ed.) *Augmented Reality in Educational Settings*. Rotterdam: Brill|Sense Publishers, pp. 347-368
- Lamas, A., Tabik, S., Cruz, P., Montes, R., Martínez-Sevilla, A., Cruz, T. y Herrera, F. (2021) MonUMAI: Dataset, deep learning pipeline and citizen science based app for monumental heritage taxonomy and classification. *NeuroComputing*, vol. 420, pp. 266-280
- Martínez Sevilla, A. y Alonso, S. (2022) AI and Mathematics Interaction for a New Learning Paradigm on Monumental Heritage. En: Richard, Ph., Vélez, P. & Van Vaerenbergh, S. (ed.) *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence. Mathematics Education in the Digital Era*, vol 17. Springer, Cham, pp. 107-136. Disponible en: https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0_6 [Consulta: 25/05/2022]
- Martínez Sevilla, A. y Cruz Cabrera, P. (2021) El módulo constructivo y la orientación del Palacio de Carlos V de Granada: arte, geometría y símbolo. *Arte, Individuo y Sociedad (ARIS)*, vol. 33, n.º 1, pp. 29-47. Disponible en: <https://revistas.ucm.es/index.php/ARIS/article/view/67029/4564456554932> [Consulta: 11/05/2022]
- Martínez Sevilla, A. e Infante Limón, E. (2021) Geometría del Agua. La representación del agua en la cultura andalusí. *iDescubre*, 2 de junio de 2021. Disponible en: <https://idescubre.fundaciondescubre.es/revista/geometria-del-agua/> [Consulta: 25/05/2022]
- Martínez Sevilla, A. (2020) A STEM Projecs in Mountains. En: Ludwig, M., Jablonski, S., Caldeira, A. y Moura, A. (ed.) *Research on Outdoor STEM Education in the digital Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020*. Munster: VTM, pp. 119-126. Disponible en: <https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0.15> [Consulta: 11/05/2022]
- Martínez Sevilla, A. (2020) Matemáticas, tecnología y arte: Una propuesta educativa STEAM. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, n.º 87, pp. 14-21
- Martínez Sevilla, A. (coord.) (2017) *Paseos Matemáticos por Granada. Un estudio entre Arte, Ciencia e Historia*. Granada: Editorial Universidad de Granada
- Martínez Sevilla, A. (2017) Artistic heritage meets GeoGebra: a closer view to research on history of art and mathematics dissemination. *GeoGebra Global Gathering (GGG-17)*. Disponible en: <https://www.geogebra.org/m/wXrYA38J> [Consulta: 11/05/2022]
- Martínez Sevilla, A. (2017) Paseos Matemáticos: como comunicar la matemática con el arte, la historia y la tecnología. En: *Actas VI Congreso de Comunicación Social de la Ciencia*, vol. II. Córdoba: UCOPress, pp. 215-219